

LE PRINCIPE DE LA CONSERVATION DE L'ÉLECTRICITÉ ET LE PROBLÈME GÉNÉRAL DE L'ÉLECTROSTATIQUE

Par A. GRUMBACH,

Professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers.

Sommaire. — Le principe de la conservation de l'électricité joint aux principes de la thermodynamique permet d'établir simplement l'existence de la solution du problème fondamental de l'électrostatique. On commence par examiner les cas les plus simples de distributions possibles et l'on obtient la solution générale en combinant linéairement les solutions particulières.

1. — Le rôle fondamental du principe de la conservation de l'électricité dans les phénomènes d'influence a été mis en évidence par Faraday (1) qui en a vérifié les conséquences expérimentales avec le plus grand soin, ainsi que le rappelle Lippmann (2) au début du mémoire où il donne à ce principe sa forme générale, indépendante de la nature des variables en jeu.

Cependant on se borne en électrostatique à vérifier les applications de l'énoncé sans rechercher un lien logique entre son contenu et les théorèmes que l'on démontre à partir de la théorie du potentiel considérée à un point de vue purement mathématique.

Or le problème de l'équilibre électrique présente un caractère qui le distingue des autres applications du principe de Dirichlet; en effet, le principe de la conservation de l'électricité comporte des conséquences indépendantes de la théorie générale des fonctions harmoniques.

Supposons démontrés le théorème d'existence et l'unicité de la solution. Soient n conducteurs parfaits en présence, V_1, V_2, \dots, V_n leurs potentiels; leurs charges sont alors

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= C_{11}V_1 + \dots + C_{1n}V_n \\ &\dots\dots\dots \\ q_n &= C_{n1}V_1 + \dots + C_{nn}V_n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Donnons à ces conducteurs d'autres positions dans l'espace; la théorie mathématique nous permet de calculer les nouveaux potentiels V'_1, \dots, V'_n , les charges q_1, q_2, \dots, q_n étant supposées constantes.

C'est le principe de la conservation de l'électricité qui nous apprend que ce résultat sera physiquement obtenu en maintenant les conducteurs isolés: la charge induite totale demeure nulle sur chacun d'eux, les quantités d'électricité positive et négative libérées par influence étant égales et de signe contraire.

Nous sommes ainsi amenés à nous poser le problème de l'équilibre électrique en lui donnant pour base le principe de la conservation de l'électricité et les principes de la thermodynamique.

La méthode consiste à étudier d'abord les cas d'équilibre simples; une fois l'existence de chacun d'eux établie, la démonstration de l'unicité de la solution

étant facile et connue, nous parviendrons à la solution générale en combinant linéairement les solutions particulières.

2. — Considérons d'abord un conducteur isolé dans l'espace; nous lui communiquons une charge q : il se met spontanément en équilibre. En effet, supposons qu'il soit le siège d'une circulation indéfinie d'électricité; comme l'expérience nous apprend que tout courant électrique est accompagné d'un dégagement de chaleur, il nous serait possible de faire fonctionner une machine de Carnot dont la source chaude serait soit le conducteur, soit un corps éloigné qu'il échaufferait par rayonnement, la source froide étant aussi à une distance du conducteur assez grande pour que les forces électriques réciproques soient négligeables.

Au lieu de nous donner la charge du conducteur, mettons-le en communication avec une source au potentiel V et isolons-le ensuite: l'équilibre s'établit pour les mêmes raisons que précédemment. Le caractère linéaire des équations fondamentales

$$\Delta V = 0, \quad \sigma = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial V}{\partial n}, \quad q = \int \int \sigma dS$$

conduit immédiatement à la notion de capacité d'un conducteur isolé dans l'espace.

3. — Mettons en présence n conducteurs isolés, dont les charges initiales sont q_1, q_2, \dots, q_n ; assignons-leur des positions déterminées, mais assez éloignées pour qu'il ne se produise pas de décharge disruptive entre eux.

L'équilibre s'établit nécessairement, comme le montre un raisonnement calqué sur celui du paragraphe précédent.

Les charges demeurent constantes, d'après le principe de la conservation de l'électricité.

Donnons-nous maintenant les potentiels V_1, V_2, \dots, V_n . Il faut, pour cela, mettre les conducteurs en communication avec des sources extérieures éloignées, en répétant l'opération chaque fois qu'on aura déplacé les conducteurs. L'équilibre s'établit nécessairement, car il ne peut y avoir de circulation indéfinie d'électricité ni sur les conducteurs, ni entre chacun d'eux et la source qui sert à le porter à un potentiel déterminé.

Qu'on se donne les charges ou les potentiels, l'équilibre existe donc pour toute position des conducteurs.

(1) M. FARADAY, *Exper. Res. on Electricity*, t. 3, p. 366.

(2) G. LIPPMANN, *Ann. de Ch. et de Ph.*, 5^e série (1881), t. 24, p. 145; *J. Phys.*, 1^{re} série (1881), t. 40, p. 381.

