

ETUDE DES FOURS ÉLECTRIQUES A RÉSISTANCE UTILISÉS DANS LES LABORATOIRES

Par M. C. RIGOLLET.

Laboratoire de M. M. Guichard à la Sorbonne.

Sommaire. — En m'appuyant sur un résultat expérimental, j'étudierai les pertes de chaleur et l'équation de chauffage d'un four, et, en particulier, l'application de la théorie de Fourier me permettra de montrer l'influence de l'épaisseur du calorifuge sur ces pertes de chaleur; j'en déduirai un résultat pratique au point de vue des recuits que l'on peut avoir à effectuer. La dernière partie de ce mémoire est réservée à la méthode que j'ai employée pour obtenir une ascension linéaire de température en fonction du temps; cette méthode s'est révélée très féconde dans l'étude des décompositions thermiques que j'ai effectuées.

Depuis quelques années dans les laboratoires, le chauffage électrique a remplacé, en grande partie tout au moins, le chauffage au gaz. Les fours électriques ont en effet beaucoup d'avantages sur les mouffes à gaz : *a)* Le réglage est plus facile; *b)* La température est plus uniforme; *c)* Pour un four ouvert, son atmosphère n'est pas saturée des produits de combustion du gaz, etc., etc.

Mais si les avantages des fours électriques sont parfaitement connus, il n'en est pas de même des principes de leur construction; celle-ci est empirique: par exemple, pour obtenir des températures élevées, on sait simplement que l'on doit bobiner une grande longueur de fil et calorifuger d'une manière importante.

Je n'ai pas l'intention ici de résoudre complètement la question, très complexe d'ailleurs, puisqu'il existe un grand nombre de paramètres, mais je serais heureux d'apporter un peu de méthode dans la fabrication et l'utilisation des fours électriques à résistance du type couramment utilisé dans les laboratoires (¹).

Afin d'alléger le texte, je donne ici la liste des notations utilisées et certaines indications expérimentales.

a) Notations :

- I* désignera une intensité exprimée en ampères.
- T* — une température exprimée en divisions *D* d'un millivoltmètre.
- T_m* — une température exprimée en divisions *D* d'un millivoltmètre.
- C* — la capacité calorifique du four étudié (fig. 1).
- R* — la résistance ohmique du four étudié.
- r* — le rayon du cylindre de porcelaine du four étudié.
- H* — la hauteur du cylindre de porcelaine du four étudié.
- h* — l'épaisseur du calorifuge du four étudié.
- ρ — une résistance variable.

(¹) J'espère pouvoir continuer ce travail ultérieurement.

V désignera la tension aux bornes du secteur.
t — le temps exprimé en minutes.
A, B, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \alpha', \beta' désigneront des constantes.

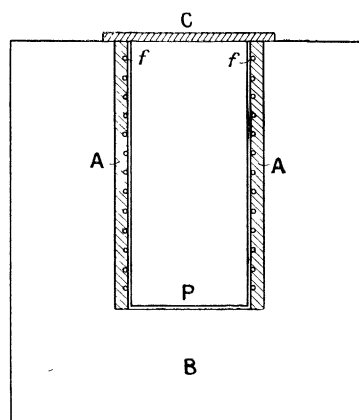


Fig. 1.

b) Etalonnage du millivoltmètre; il a été fait au moyen de l'eau bouillante, du soufre bouillant, de

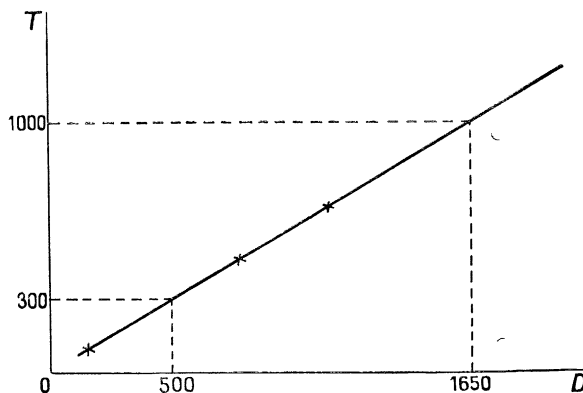


Fig. 2.

l'aluminium fondu, d'où la droite de la figure 2.

c) Dans tous les fours (j'en ai étudié une dizaine), la pince thermoélectrique a toujours été placée aux

points de température maxima; ces points étaient obtenus par sondage du four (fig. 3).

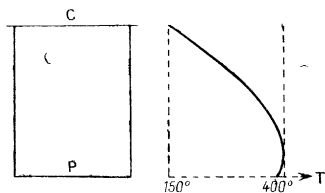


Fig. 3.

d) Chaque température T_m correspondant à une valeur de I était déterminée de la façon suivante : la valeur de I étant maintenue constante, il en résultait une certaine variation de T en fonction de t ; cette courbe était asymptote à $T = T_m$. Ensuite, afin d'obtenir T_m avec plus de précision, il suffisait d'augmenter un peu la valeur de I de façon à avoir approximativement : $T = T_m + 50$, puis de ramener I à sa valeur initiale et de tracer la nouvelle courbe (T, t) [fig. 4]. Finalement j'ai déterminé des températures variant de 0° à $1\ 000^\circ$ avec une erreur de 5° environ.

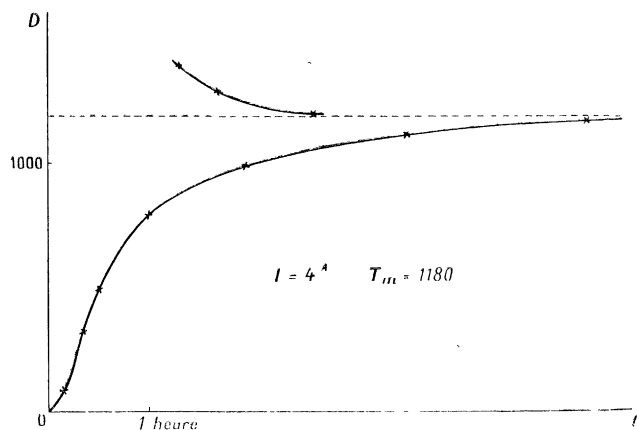


Fig. 4.

1. Pertes de chaleur et équations de chauffage d'un four électrique. — A) J'ai tracé, pour un four donné, la courbe (I, T_m) et j'ai obtenu la courbe 2 de la figure 5; les caractéristiques du four étaient les suivantes : $2r = 8$ cm, $h = 6$ cm, $H = 20$ cm,

$$R = 10 \omega \left(23 \text{ tours nichrome } \frac{9}{40} \right).$$

J'ai remarqué que cette courbe était susceptible d'être représentée par l'équation :

$$I^2 = AT_m^2 + BT_m$$

valable à 10° près entre 0° et $1\ 000^\circ$ A est voisin de 10^{-5} et B voisin de 10^{-2} . On peut par conséquent écrire :

$$RI^2 dt = (aT_m^2 + bT_m) dt$$

à condition de poser : $A = \frac{a}{R}$ $B = \frac{b}{R}$;

cette égalité exprime que la chaleur fournie par effet Joule est toute entière dissipée au profit du milieu ambiant, ceci pendant un temps dt . Dans ce qui va suivre, je vais par conséquent remplacer les pertes de chaleur données par la loi de Newton par les pertes de chaleur données par la formule suivante :

$$F(T) = aT^2 + bT$$

où a est de l'ordre de 10^{-6} et b de l'ordre de 10^{-3} .

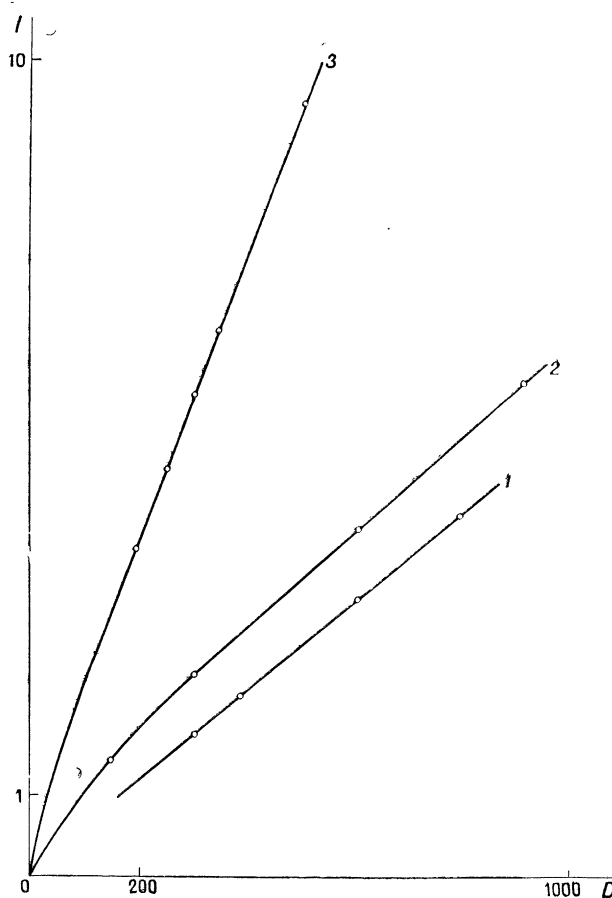


Fig. 5.

B) Il résulte de ceci que l'équation de chauffage peut s'écrire :

$$RI^2 dt = CdT + (aT^2 + bT)dt$$

où I est constant pour le moment.

En séparant les variables, il vient

$$\frac{dT}{AT^2 + BT - I^2} = -\frac{R}{C} dt;$$

or A et B sont positifs (si non, on verrait de suite qu'à des températures « positives » pourraient correspondre

des carrés d'intensités négatifs), donc le dénominateur a 2 racines α, β de signes contraires, la négative β étant la plus grande en valeur absolue.

Après décomposition en fractions simples et intégration il vient :

$$\frac{T + \beta}{T - \alpha} = \gamma e^{\frac{\alpha(\alpha + \beta)}{c} t}$$

la constante d'intégration étant γ — On remarque de suite que : $t = 0$ donne $\gamma = -\frac{\beta}{\alpha}$
 $t = \infty$ donne $\alpha = T_m$.

Exemple : $I = 5^A, T_m = 1\ 450 D$;

j'ai trouvé empiriquement :

$$\frac{T + 4\ 000}{T - 1\ 450} = -2,7 e^{0,048 t}$$

où l'on a bien $|-4\ 000| > 1\ 450$.

C) Comme les courbes (T, t) relatives à différents fours ont la même allure et comme les calculs ci-dessus peuvent être effectués dans l'ordre inverse de celui qui précède, j'en ai déduit que les courbes (I, I_m) devaient avoir la même allure. L'expérience a vérifié cette conclusion dans de larges limites (figure 5). La courbe 1 paraît devoir faire exception puisque c'est très sensiblement une droite passant par l'origine et que par conséquent, on a :

$$F(T) = AT^2;$$

j'expliquerai ceci plus loin.

2. Application de la théorie de Fourier : les coefficients A et B sont fonction de h. — A) Pour vérifier que les coefficients A et B sont fonction de h , il suffit d'écrire la formule classique de Fourier

$$\Delta Q = -K \frac{\Delta T}{\Delta n} \cdot \Delta S \cdot \Delta t; \quad (\text{fig. 6})$$

un calcul analogue à celui que l'on fait dans le « problème du mur » (1) en supposant que K ne dépend pas de la température (on sait qu'il en dépend fort peu) montre que l'on peut écrire, A' et B' désignant deux nouvelles constantes :

$$A \# \frac{A'}{h} \quad B \# \frac{B'}{h}.$$

J'ai tracé les courbes donnant A et B en fonction de la (figure 6) et j'ai trouvé empiriquement que l'on pouvait écrire :

$$A(h + 0,80) = 11,5 \cdot 10^{-3} \text{ à } 4 \text{ pour } 100 \text{ près.}$$

$$B(h + 2,4) = 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ à } 2 \text{ pour } 100 \text{ près.}$$

(1) On sait que dans ce cas, la vitesse d'écoulement de la chaleur est inversement proportionnelle à l'épaisseur du mur.

Ceci me permet d'expliquer le fait que la courbe 1 de la figure 5 semblait être une droite passant par l'origine des coordonnées; en effet, lorsque h croît, B tend vers zéro et la courbe (I, I_m) tend à devenir une droite.

B) J'ai remarqué, au cours des expériences, que pour vérifier le mieux possible la théorie, il était nécessaire de faire varier l'épaisseur du couvercle du four; en effet, la surface S_2 de l'orifice n'est pas, en général, négligeable devant la surface S_1 du cylindre de porcelaine (dans l'exemple précédent: $S_2 = \frac{S_1}{12}$).

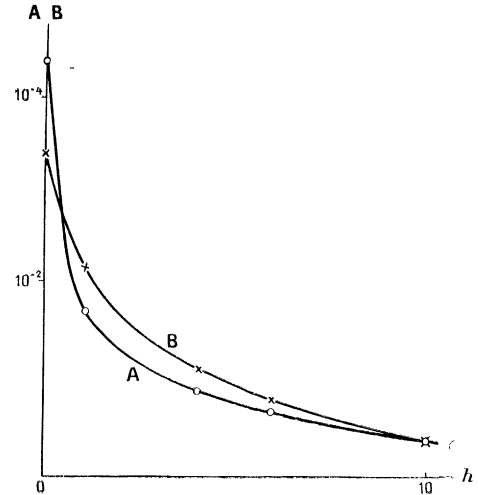


Fig. 6.

On peut donc écrire :

$$A = A_1 + A_2 \quad B = B_1 + B_2$$

où A_2 et B_2 sont égaux aux valeurs que prennent A_1 et B_1 lorsque h est égal à l'épaisseur du couvercle, valeurs multipliées par $\frac{S_2}{S_1}$. Ainsi, en opérant à « couvercle constant », on peut également vérifier les formules théoriques; c'est ce qu'on fera dans la pratique.

Empiriquement, j'ai trouvé pour une série de fours.

$$(A + 0,4)(h + 0,8) = 11,5 \cdot 10^{-3}$$

$$(B + 0,4)(h + 2,4) = 3,4 \cdot 10^{-2};$$

j'aurais dû trouver $(A + 0,5) \dots$ et $(B + 0,4) \dots$.

C) J'ai également remarqué que les difficultés de vérification provenaient de deux sources :

a) *Tassement irrégulier du calorifuge.* Voir figure 7 les courbes 1 et 2 : 1, calorifuge (amiante) très tassé; 2, calorifuge peu tassé.

b) *Courants de convection.* Voir figure 8, courbes 1, 2, 3; ils sont dus à l'air et à ce que le couvercle du four ne ferme pas celui-ci hermétiquement. Ceci a été mis en évidence en fabriquant un couvercle obturant aussi exactement que possible l'orifice du four ou bien en retournant le four (orifice en bas).

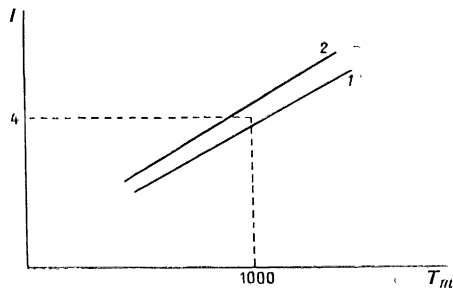


Fig. 7.

Courbe 1 : four ouvert en haut et mal fermé.
 — 2 : — — — — — bien fermé.
 — 3 : — — — — — bas, mal et bien fermé.

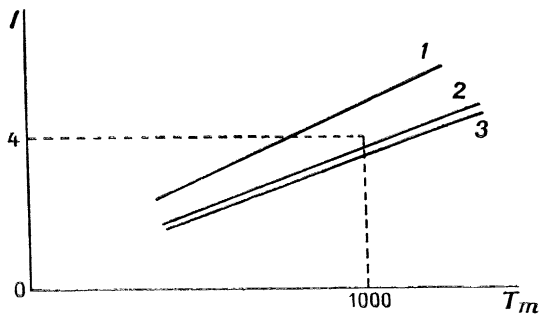


Fig. 8.

3. Refroidissement d'un four. — Je me suis posé la question suivante : possédant un four qui se refroidit de la température T à la température T' en un temps t , quelle nouvelle valeur faudra-t-il donner à h pour que l'on puisse faire un recuit entre T et T' et qui dure un temps nt ? Voici la réponse :

a) L'équation de refroidissement est évidemment :

$$- CdT = (aT^2 + bT)dt;$$

en intégrant, on a :

$$\frac{T}{aT + b} = \frac{T_m}{aT_m + b} e^{-\frac{b}{c}t}$$

où les coefficients constants sont évidemment les mêmes que pour le chauffage.

Exemple : un four ayant une courbe (I, T_m) :

$$I^2 = 2,9 \cdot 10^{-5} T^2 + 0,67 \cdot 10^{-2} T$$

donne la courbe de refroidissement :

$$\frac{T}{2,9 \cdot 10^{-3} T + 0,67} = 250 e^{-\frac{t}{100}}$$

b) D'après ce qu'on a vu, on peut écrire :

$$a \neq \frac{a'}{h} \quad b \neq \frac{b'}{h}$$

et de plus :

$$C = ch(h + 2r)$$

car le volume du calorifuge est :

$$H[\pi(r + h)^2 - \pi r^2];$$

finalement, l'équation de refroidissement s'écrit :

$$dt = \frac{a'T^2 + b'T}{C} dT \cdot h^2(h + 2r).$$

Par conséquent, en opérant sur différents fours, c'est-à-dire qu'en mesurant les temps Δt de refroidissement au voisinage d'une même température T et pour un même intervalle ΔT , on constate que ces temps sont donnés, en fonction de l'épaisseur du calorifuge par :

$$\Delta t = kh^2(h + 2r).$$

[k est une constante; voir figure 9 et 10.]

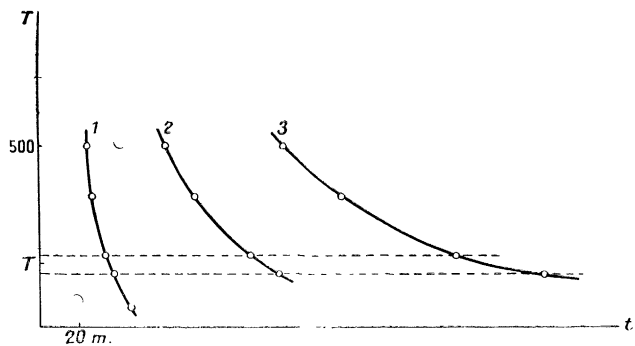


Fig. 9.

Exemple : un four de 7 cm de diamètre intérieur m'a donné :

$$\Delta t = \frac{1}{5} h^2(h + 7).$$

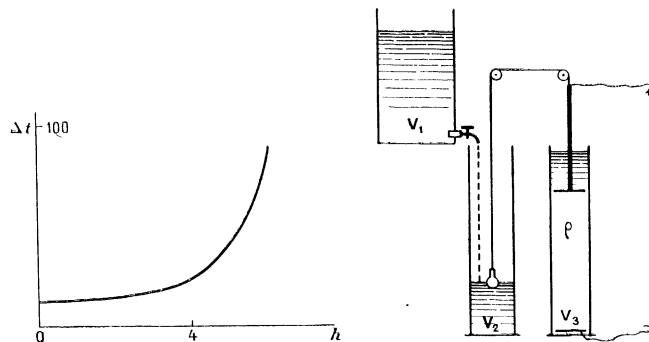


Fig. 10.

Fig. 11.

4. Obtention d'une variation de température linéaire en fonction du temps. — J'ai utilisé la résistance, maintenant classique, à sulfate de cuivre (figure 11) en série avec le four étudié (1). La concentration du sulfate était telle que j'obtenais des intensités variant de 0,3 A à 4 A.

(1) VALLET : diplôme d'études supérieures 1928.

A) J'ai admis, ce qui m'a paru raisonnable, que le liquide qui s'écoule de V_1 pendant le temps dt était proportionnel à la pression à l'orifice d'écoulement ⁽¹⁾ c'est-à-dire à la hauteur z du liquide contenu dans V_1 . On a évidemment :

$$-dV = -K_1 dz = Kz dt$$

$$\text{d'où } z = z_0 e^{-\frac{K}{K_1} t} \quad (z = z_0 \text{ pour } t = 0).$$

Comme ρ est proportionnel à z , à température constante tout au moins, on a :

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{K}{K_1} t}.$$

Exemple : Dans une expérience, j'ai pu représenter la quasi-totalité de la courbe (z, t) par :

$$\frac{z_0 - z}{z_0} = t \left(1 - \frac{8}{4\,000} t \right)$$

$$\text{au lieu de : } \frac{z_0 - z}{z_0} = t \left(1 - \frac{7}{4\,000} t \right)$$

donné par le développement de l'exponentielle. (Le terme en t^3 aurait un peu amélioré la représentation).

B) Pour vérifier que ce dispositif était susceptible de donner une variation de T :

$$T = \alpha' t + \beta',$$

j'ai évalué la résistance du circuit de deux façons :

$$\frac{V}{\sqrt{\frac{CT' + AT^2 + BT}{R}}} \quad (\text{loi d'Ohm}) \quad (a)$$

$$\text{avec } T' = \frac{dT}{dt} \\ T = \alpha' t + \beta ;$$

après avoir élevé au carré, développé les exponentielles et égalé, j'ai trouvé que pour satisfaire à cette condition, il fallait qu'entre les données on ait :

$$\left| \begin{array}{l} t^0 \\ t^1 \\ t^2 \end{array} \right| \begin{array}{l} (C\alpha' + A\beta'^2 + B\beta') (R + \rho_0)^2 = RV^2. \\ (C\alpha' + A\beta'^2 + B\beta') \left(-\frac{2K}{K_1} R \rho_0 - \frac{2K}{K_1} \rho_0^2 \right) \\ \quad + (2A\alpha'\beta' + B\alpha') (R + \rho_0)^2 = 0. \\ (C\alpha' + A\beta'^2 + B\beta') \left(R \frac{K^2}{K_1^2} \rho_0 + \frac{2K^2}{K_1^2} \rho_0^2 \right) \\ \quad + (2A\alpha'\beta' + B\alpha') \left(-2R \frac{K}{K_1} \rho_0 - \frac{2K}{K_1} \rho_0^2 \right) \\ \quad + A\alpha'^2 (R + \rho_0^2) = 0; \end{array}$$

⁽¹⁾ Il est préférable de choisir un robinet ne donnant pas trop de remous liquides car ceux-ci varient avec la pression. J'ai essayé de remplacer le robinet par un caoutchouc serré dans une pince ; mais l'élasticité du caoutchouc change le débit (elle peut parfois l'arrêter) et fausse les résultats.

pour faire cette vérification, je me suis servi des valeurs expérimentales suivantes :

$$A = 10^{-3} \quad B = 10^{-2} \quad V = 110 \quad R = 10 \quad \alpha' = 1 \\ \beta' < 5 \quad \rho_0 = 300 \quad C = 1,2 \quad \frac{K}{K_1} = \frac{1}{200} \\ (9 \text{ cm} = K_1, \quad 0 \text{ cm}, 15 = K, \quad 30 \text{ cm}, 1 \text{ m})$$

où $C = 1,2$ a été calculé sur la courbe (T, t) pour $I = 4$ avec :

$$dt = 10 \quad dT = 100 \quad T = 700.$$

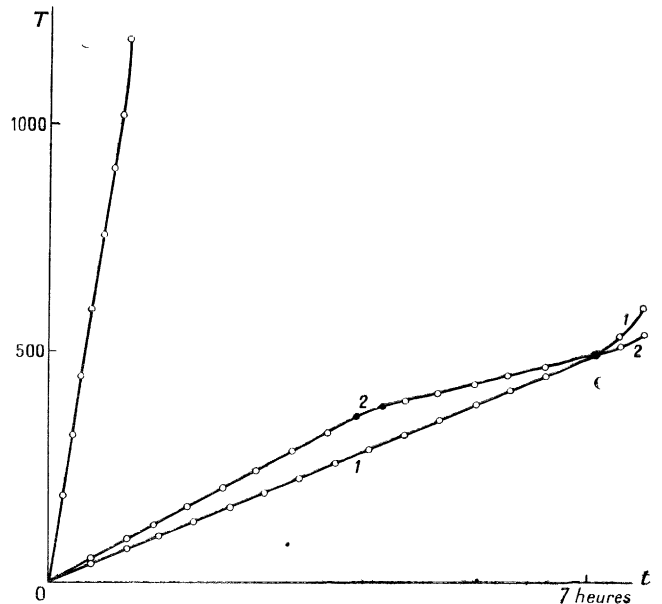


Fig. 12.

Les vérifications expérimentales se sont révélées très bonnes :

a) La courbe 1 de la figure 12 montre que la variation linéaire a duré 7 heures.

b) La courbe 2 montre que si le débit du liquide qui s'écoule de V_1 est changé (diminué par exemple), on obtient 2 droites raccordées par une partie courbe. Ceci s'explique car le calcul précédent ne suppose rien sur les variations de T préliminairement à la variation étudiée.

c) En ne prenant pas de précautions spéciales, par suite du passage du courant, la résistance ρ chauffe et tout se passe comme si elle diminuait plus vite. Dans les calculs précédents, on doit remplacer ρ par :

$$\rho_1 = \rho \left(1 - \frac{\theta}{500} \right)$$

car dans le cas où je me trouvais, à une variation de θ comprise entre 20° et 80° correspondait une variation de I comprise entre $3^A, 4$ et 4^A .

Ceci permet de rendre compte des parties finales des courbes 1 et 2 (fig. 12) car le sulfate de cuivre chauffé seulement en fin d'expériences.