

REMARQUES SUR LA PHOTOMÉTRIE DE PRÉCISION

PAR PIERRE COPEL.

Sommaire. — L'auteur de cette note, qui poursuit la mise au point d'un photomètre de précision, se propose de mettre en évidence des points, imposés par la logique ou suggérés par les recherches expérimentales, qui lui semblent indispensables, ou utiles, pour mesurer les flux lumineux avec une précision du millième.

Problème posé et considérations préliminaires. — Si nous nous proposons de mesurer des flux lumineux avec une précision égale ou supérieure au millième nous sommes conduits à rejeter l'emploi, comme récepteur, de l'œil et de la plaque photographique, mais il est naturel de songer à la cellule photoélectrique.

Les caractéristiques d'une cellule ne peuvent être calculées *a priori*. Aussi l'emploi de la cellule ne permet il que des mesures relatives, par comparaison du flux étudié à un flux étalon.

En outre, bien que la cellule, comme la plaque photographique, donne des indications de même nature quelle que soit la composition du flux lumineux, la comparaison de deux flux lumineux n'a de sens que si ceux-ci ont la même composition spectrale.

D'autre part, la cellule photoélectrique ne donne pas des indications fidèles. Il convient donc que les deux mesures se suivent aussi rapidement que possible.

Dans les cellules à vide, le courant est souvent, à la précision des mesures actuelles, proportionnel au flux lumineux incident, mais il n'est pas certain que cette proportionnalité se maintienne à une précision plus grande. C'est pourquoi on ne peut provisoirement admettre que les méthodes dans lesquelles on cherche à réaliser l'égalité des deux flux. *On est donc conduit à faire intervenir une source étalon et un appareil réducteur de flux, ou à agir sur la distance.*

Pour résoudre le problème posé, il faut construire un appareil permettant de voir si le flux étudié et le flux de comparaison sont égaux à un peu moins d'un millième près et capable d'une précision nettement supérieure dans les conditions favorables (flux intenses) où l'on peut se placer pour étudier les étalons lumineux et les appareils réducteurs de flux lumineux.

Il est bien évident que le principe de l'appareil peut être le même pour ces trois types de recherches. Cherchons à quelles conditions fondamentales il sera soumis.

Le temps minimum d'action. — Considérons une cellule à vide. Un photon incident libère ou non un électron, mais, lorsqu'il le fait une seule charge

électrique élémentaire se déplace dans la cellule. On ne peut pas dire *a priori* quelle sera la proportion de chocs efficaces, mais si l'on se place dans des conditions bien déterminées, on peut parler de la probabilité p qu'un choc a d'être efficace.

Même si la cellule était parfaitement fidèle, et si l'on pouvait employer des appareils de mesure parfaits, la précision de la mesure serait limitée, et le calcul des probabilités nous donne cette limite, ou, d'une façon plus précise permet, de répondre à la question suivante : *Quelles conditions faut-il réaliser pour que l'on n'ait que ϵ chances sur mille de faire une erreur relative supérieure à α sur mille?* On sait que si m est le nombre de chocs, la probabilité pour que le nombre de chocs efficaces soit compris dans l'intervalle $(mp - \lambda, mp + \lambda)$ est

$$\Theta\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2} p(1-p) m}\right)$$

avec

$$\Theta(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-x}^{+x} e^{-x^2} dx$$

Or, la cellule photoélectrique a un très faible rendement de sorte que p est petit et que l'on peut remplacer $1-p$ par l'unité.

Le produit pm est le nombre k d'électrons traversant la cellule, et λ/k est l'écart relatif $\alpha/1000$. On a donc

$$x = \frac{\lambda}{\sqrt{2}k} = \frac{\lambda}{k} \sqrt{\frac{k}{2}} = \alpha \sqrt{\frac{k}{2 \times 10^6}}$$

La charge électrique transportée par un électron étant, en valeur absolue

$$1,56 \cdot 10^{-20} \text{ CGS ém} = 1,56 \cdot 10^{-19} \text{ coulombs,}$$

deux millions d'électrons transportent 0,312 micromicrocoulombs et par suite

$$x = \alpha \sqrt{\frac{0,312}{q}}$$

q étant mesuré en micromicrocoulombs.

Si nous appelons $f(y)$ la fonction inverse de $y = \Theta(x)$ nous aurons

$$\alpha \sqrt{\frac{q}{0,312}} = f\left(1 - \frac{\varepsilon}{1000}\right)$$

qui peut se traduire aisément en nomogramme à alignement car

$$\log \alpha + \frac{1}{2} \log q = \frac{1}{2} \log 0,312 + \log f\left(1 - \frac{\varepsilon}{1000}\right).$$

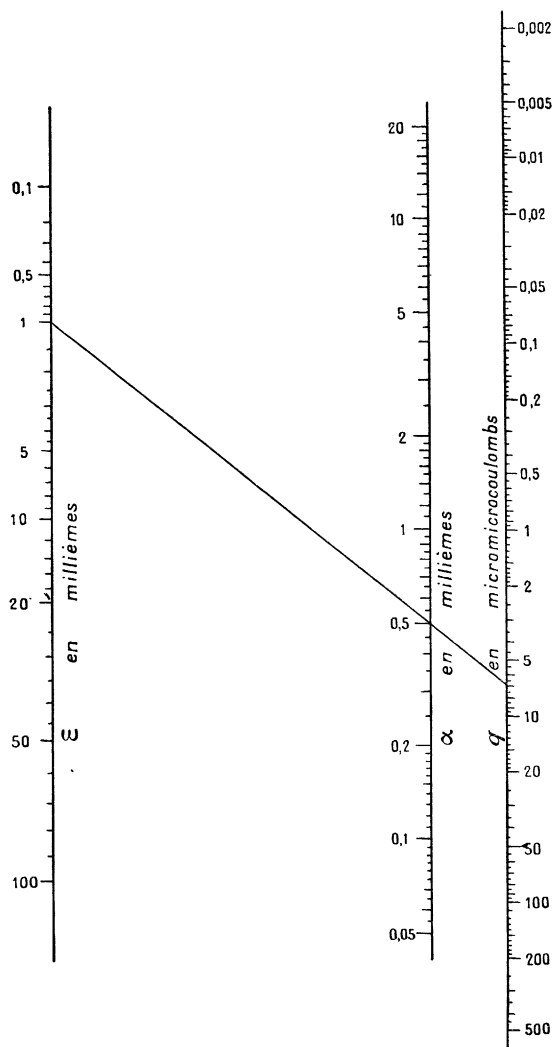


Fig. 1.

Sur le nomogramme ci-dessus, nous avons tracé, à titre d'exemple, la droite qui permet de répondre à la question suivante :

Quelle quantité d'électricité doit traverser la cellule à vide pour que l'on n'ait qu'une chance sur mille de faire une erreur supérieure à $1/2\ 000$?

On trouve $q = 6,7 \mu\mu$ coulombs.

On peut admettre que c'est la quantité d'électricité minimum nécessaire pour avoir la certitude pratique de ne pas faire une erreur supérieure à $1/2000$. Mais, selon que l'on est plus ou moins exigeant, on peut admettre que cette certitude pratique est obtenue pour des valeurs plus grandes ou plus petites de ε . Si l'on cherche simplement un ordre de grandeur pour le temps minimum, il n'est pas nécessaire d'utiliser le nomogramme, et il suffit de se souvenir que $q \alpha^2$ est compris entre un et deux.

Ordre de grandeur du temps minimum. — Supposons que l'on veuille avoir la certitude pratique que les deux flux comparés diffèrent entre eux de moins de un millième. Les écarts des mesures des deux quantités d'électricité, et l'écart de leur différence par rapport à leur valeur moyenne respective sont régis par la loi de Gauss et le carré de l'écart probable de la différence est la somme des carrés des écarts probables des deux mesures. Il faut donc, pour que l'on obtienne la précision demandée, que, pour chacune des mesures, α (compté en millièmes) soit égal à $1/\sqrt{2}$.

Nous majorerons la limite supérieure pour tenir compte des erreurs provenant de l'étude de l'étalon et de l'appareil de réduction de flux, et nous écrirons

$$2 \mu\mu \text{ coulombs} < q < 10 \mu\mu \text{ coulombs.}$$

Supposons, pour fixer les idées, que la cellule ait une sensibilité de 10 microampères par lumen. La condition devient

$$0,2 \cdot 10^{-6} < \Phi t < 10^{-6}$$

avec Φ en lumens et t en secondes.

Les sources d'éclairage permettent de prendre facilement un flux d'un centième de lumen. Sur un instrument de 1,25 m d'ouverture, une étoile de magnitude 1 envoie un flux de 10^{-6} lumen, et une étoile de magnitude 6 un flux de 10^{-8} lumen.

Nous sommes donc conduits aux ordres de grandeur suivants pour le temps minimum t_m :

Pour les sources d'éclairage t_m ne dépasse pas 10^{-4} seconde.

Pour une étoile de magnitude 1, t_m est de l'ordre de 0,2 à une seconde.

Pour une étoile de magnitude 6, t_m est de l'ordre de 20 à 100 secondes.

Le temps minimum est cent fois plus grand pour la précision du dix-millième, cent fois plus petit pour la précision du centième. Il pourrait être diminué par l'emploi de cellules plus sensibles. Bien souvent on devra l'augmenter, si la nécessité d'avoir des flux de même nature conduit à employer des filtres.

Rappelons que la nécessité d'avoir un appareil accumulant, pendant un certain laps de temps, les effets des flux lumineux, ou de leur différence, est liée, non à l'imperfection des appareils de mesure, mais à la nature même de l'électricité. Bien entendu, l'imperfection des instruments conduira notamment à majorer le

temps minimum d'action. Nous n'étudierons pas ici l'influence de ces perturbations accessoires, bien qu'elle soit souvent beaucoup plus importante que celle de la fluctuation fondamentale.

Emploi des cellules à gaz. — Les cellules à gaz sont plus sensibles que les cellules à vide. On pourrait penser que leur emploi réduit le temps minimum. En fait, il n'en est rien, car ce qui compte au point de vue du calcul des probabilités, c'est le nombre de fois que des charges sont libérées, et non pas le nombre de charges en circulation. Or, ce nombre de chocs efficaces est le même dans deux cellules qui ne diffèrent que par le remplissage gazeux. A ce point de vue, il est donc équivalent d'employer une cellule à vide ou une cellule à gaz.

Mais, par d'autres considérations, sur lesquelles nous n'insisterons pas, on peut être conduit à préférer les unes ou les autres. Par exemple, le courant initial plus fort des cellules à gaz peut dispenser d'amplifier, ou, tout au moins, diminuer l'amplification nécessaire. Par contre, la stabilité est peut-être moins bonne, et le bruit du fond augmenté.

Principe du photomètre de précision. — On peut envisager un appareil à mesures successives ou un appareil utilisant une méthode de zéro.

A. Appareils à mesures successives. — Nous distinguerons les appareils dans lesquels on mesure le courant de cellule sans l'amplifier, ceux où l'on utilise un amplificateur à courants continus, ceux enfin où l'on amplifie un courant alternatif.

a) *Mesure directe.* — A cause de la petitesse du courant, on est conduit à en accumuler les effets pendant un certain temps en associant un électromètre à la cellule. Pour la même raison, on est conduit à utiliser un électromètre très sensible ce qui rend les mesures très délicates.

La longue durée de la mesure fait que la condition de temps minimum est vérifiée sans précautions spéciales, mais elle entraîne des pertes qui peuvent être importantes et qu'on ne peut guère connaître avec précision. De tels appareils peuvent donner des mesures précises, notamment si l'on a sélectionné une cellule dont l'isolement est exceptionnellement grand. Mais il est difficile de savoir sur quelle précision on peut compter, d'autant plus que l'on n'est pas à l'abri des variations de sensibilité de la cellule.

b) *Amplification en continu.* — On peut dire que par rapport à la méthode précédente, l'emploi d'un amplificateur à courants continus n'a qu'un avantage : permettre l'emploi d'appareils de mesure moins délicats. La précision est limitée par suite de l'instabilité de l'amplification et des fluctuations nouvelles introduites par l'emploi des lampes. Enfin, il y a lieu de vérifier si la condition de temps minimum est observée.

c) *Amplification en alternatif.* — Il faut tout d'abord

envoyer un courant alternatif à l'entrée de l'amplificateur. Pour cela, on peut, par exemple, hacher, au moyen d'une roue dentée, le flux tombant sur la cellule. Alors le courant de cellule a une composante alternative de basse fréquence d'autant plus grande que le flux incident est plus grand, et qui est même, dans certains cas, proportionnelle à ce flux.

Le courant amplifié peut être mesuré, après redressement, comme dans la méthode précédente.

Ce procédé est surtout commode lorsqu'on a besoin d'une grande amplification car il n'est pas nécessaire d'avoir une alimentation séparée pour chaque étage.

La précision est comparable à celle de la méthode b). Les amplificateurs à courants alternatifs sont plus stables que les amplificateurs à courants continus, mais il y a lieu de tenir compte de l'instabilité possible du redressement.

En résumé, même la première méthode qui est susceptible d'être la plus précise ne semble pas permettre de compter sur une précision du millième.

B. Appareils utilisant une méthode de zéro. — Comme deux cellules ne sont pas identiques entre elles, ou du moins ne sont pas susceptibles de conserver cette qualité, on ne peut pas employer un appareil où une cellule recevrait le flux à étudier et l'autre le flux étalon. *Il faut que la cellule (ou chaque cellule) reçoive alternativement les deux flux à comparer.*

La substitution des flux peut se faire soit à une fréquence très basse (de l'ordre de la seconde) soit à une fréquence musicale (¹).

a) *Fréquence très basse f.* — Cette fréquence est la fréquence propre d'un galvanomètre peu amorti qui sert à l'observation.

On peut amplifier le courant de cellule, comme dans la méthode Ab) à l'aide d'un amplificateur à courants continus. Le courant amplifié aura une composante alternative de fréquence f si les flux sont inégaux, et n'en aura pas si les flux sont égaux. Le galvanomètre, parcouru par le courant amplifié, entrera en résonance dans le premier cas ; dans le second, son aiguille ou son spot restera fixe après amortissement de la perturbation initiale.

On peut aussi, juste avant la cellule, hacher le flux incident à une fréquence musicale F . Il se produit, dans la cellule, un courant alternatif de fréquence F que l'on amplifie et redresse comme dans Ac). Après redressement, si l'on néglige les composantes de fréquence musicale sans action sur un galvanomètre, on a un simple courant continu si les deux flux sont égaux, et en plus un courant de fréquence f si les deux flux sont inégaux. On constate la présence ou l'absence de ce courant comme précédemment.

Ces deux variantes présentent entre elle les mêmes avantages et inconvénients relatifs que les méthodes

¹ Nous dirons, pour abrégé, qu'un courant a une fréquence musicale lorsqu'on se propose de l'amplifier en utilisant une liaison indirecte entre les étages. En réalité, dans certains cas, cette fréquence pourra correspondre à un infra-son.

Ab) et Ac). Par rapport à celles-ci, elles n'ont, au point de vue de la précision, que des avantages :

1° Les effets des variations lentes de sensibilité de la cellule et de l'appareil amplificateur sont presque entièrement supprimés ;

2° Il est aisé d'avoir un temps d'action assez grand (de l'ordre d'une centaine de secondes par exemple) en employant un galvanomètre à longue période peu amorti.

Mais, un inconvénient essentiel subsiste : Supposons par exemple que, pendant une seconde, le coefficient d'amplification augmente de 10 pour 100. Si le temps d'action total est 100 secondes, soit 50 secondes pour chacun des flux, la perturbation aura le même effet qu'une variation de deux millièmes de l'un des flux. Or de telles variations de sensibilité de l'amplificateur sont susceptibles de se produire et même d'avoir des actions concordantes.

b) *Fréquence musicale F.* — Pour éliminer ce dernier inconvénient, qui tient à l'instabilité de l'amplification, il faut que ce que l'on amplifie soit nul, ou à peu près nul, si les deux flux sont égaux.

Cette condition sera réalisée si les deux flux sont substitués l'un à l'autre à une fréquence musicale F . En effet, si les deux flux sont égaux, le courant de cellule est constant. Sinon, il a une composante de fréquence F . La cellule étant suivie d'un amplificateur basse fréquence, on a à la sortie un courant alternatif de fréquence F qui disparaît lorsque l'égalité des flux est réalisée.

Ce point de départ s'impose pour la photométrie très précise. Il supprime l'influence perturbatrice des variations lentes de sensibilité de la cellule et des variations quelconques du coefficient d'amplification. *Mais il entraîne certaines difficultés de réalisation.*

Première difficulté. — Tout d'abord, cette substitution des flux, quelle que soit la manière dont on l'envisage, doit faire intervenir quelque part un déplacement matériel. Il en était certes de même dans la méthode précédente ; mais la durée d'un cycle, au lieu d'être de l'ordre de la seconde, est ici de l'ordre du centième de seconde. Le temps de la substitution ne peut pas être une fraction très petite de la durée du cycle. Une substitution incorrecte, dans laquelle par exemple Φ_2 agit d'une façon notable avant que Φ_1 n'ait été réduit, peut n'être pas gênante dans le premier cas, tandis qu'elle est inacceptable dans le second. Autrement dit, comme l'on ne peut pas ici considérer la substitution comme instantanée, il faut qu'elle se fasse d'une façon progressive, mais *correcte*, c'est-à-dire que le flux tombant sur la cellule soit

$$f(t) \Phi_1 + [1 - f(t)] \Phi_2 = \Phi_2 + f(t) \delta \Phi,$$

$f(t)$ étant une fonction périodique du temps variant entre zéro et un.

Seconde difficulté. — La seconde difficulté, qui ne se présente d'ailleurs que dans l'étude des faibles

flux, est liée à la notion de temps minimum d'action.

La période de l'oscillation est au plus d'un dixième de seconde. Pour avoir un temps d'action aussi grand que possible, on songe tout d'abord à *faire intervenir des résonances* électriques ou mécaniques. Mais il est difficile d'avoir des accords pointus en basse fréquence et, en outre, les mouvements rapides étant toujours assez amortis, on ne peut guère espérer avoir un temps d'action dépassant dix fois la période, même en combinant des circuits accordés avec des appareils à résonance tels que galvanomètres à vibrations ou monotéléphones. car les effets ne s'ajoutent pas. On ne peut donc espérer dépasser un temps d'action d'une seconde, soit une demi-seconde pour chaque flux. Nous avons vu que cette durée est souvent insuffisante même au point de vue théorique.

Le simple emploi du téléphone, sans aucun accord, donne d'excellents résultats pour les flux de l'ordre du dixième de lumen. Mais, lorsque l'on veut aller sensiblement plus loin, en augmentant l'amplification, l'insuffisance du temps d'action se traduit par le fait que le bruit de fond couvre le son cherché dans une zone de réglage plus large que celle qui correspond à la précision désirée.

Lorsque l'on emploie des circuits accordés sur la fréquence F , le bruit de fond s'atténue, mais en se modelant sur cette fréquence, ce qui diminue l'avantage de l'accord.

Avec un galvanomètre à vibrations, on a un nouveau gain en sensibilité. Lorsque l'on emploie une amplification trop forte, on observe, quand on se rapproche de l'égalité des flux, des vibrations irrégulières qui masquent dans une certaine zone l'effet cherché.

Renonçant à l'emploi de résonances, on peut augmenter le temps d'action en *détectant* le courant après amplification et en faisant passer ce courant dans un galvanomètre très amorti. Le réglage est obtenu quand le courant détecté est aussi faible que possible. On a ainsi un nouveau gain en sensibilité. Mais le bénéfice n'est pas aussi grand que l'on pourrait croire. Cela tient essentiellement à ce que la détection, qui convient fort bien pour des procédés d'égale déviation, n'est pas très indiquée dans le cas présent. En effet, lorsqu'on détecte un courant sinusoïdal très petit, le courant détecté est proportionnel au carré de l'amplitude. Il est ici infiniment petit du second ordre quand $\delta \Phi$ est l'infiniment petit principal ; l'importance relative des perturbations est fortement augmentée. Elles se traduisent, lorsqu'on emploie une amplification trop forte, par une agitation du spot qui entraîne une incertitude sur sa position moyenne. Cette agitation, partiellement due à l'irrégularité du courant de cellule, ne peut être supprimée, même lorsqu'on évite soigneusement l'influence des vibrations du sol et de l'air, beaucoup plus gênantes que précédemment.

La détection elle-même ne conduit pas à un photomètre stellaire de précision, mais l'emploi de l'écouteur téléphonique, du galvanomètre à vibrations, ou mieux encore, de la détection, permet la photométrie de

précision sur les flux courants. Au point de vue pratique, on peut éliminer le galvanomètre à vibrations, instrument coûteux et relativement délicat, qui donne de moins bons résultats que la simple détection.

Aucun des procédés que nous avons indiqués dans ce paragraphe ne peut conduire à une mesure précise des flux très faibles, à cause de l'insuffisance du temps d'action.

Mais on peut imaginer divers procédés pour obtenir un courant dont la fréquence F' présente, à chaque instant, avec la fréquence de substitution F une différence constante f , et ceci, même si F n'est pas parfaitement constant. Alors, en superposant ce courant au courant amplifié de fréquence F , on aura, par détection, comme dans la méthode hétérodyne classique en T. S. F. un courant de fréquence f , dont l'amplitude est proportionnelle à $\delta\Phi$.

On choisit pour f la fréquence propre d'un galvanomètre à longue période, peu amorti, que traverse le courant détecté.

Le réglage se fait comme dans la méthode de substitution à très basse fréquence, mais l'on peut agir sur la sensibilité en réglant l'intensité du courant auxiliaire. Surtout, l'on est à l'abri des variations du coefficient d'amplification.

On peut aussi se ramener à une mesure en courant

continu en utilisant un courant auxiliaire de fréquence F , ou en redressant le courant alternatif par un commutateur.

Conclusion. — Avant de publier la description d'un photomètre de précision dont certains détails peuvent être modifiés, et dont certaines parties essentielles pourraient être réalisées d'une façon tout à fait différentes, il a semblé utile de faire connaître les principes qui ont servi de base à sa construction.

Nous considérons que, pour augmenter d'une façon notable la précision en photométrie, il est très naturel, sinon absolument nécessaire, de construire un photomètre à cellule photoélectrique dans lequel :

1° Les deux flux à comparer sont substitués à une fréquence musicale ;

2° La substitution des deux flux, que l'on ne peut considérer comme instantanée, est progressive et correcte ;

3° Si les flux à évaluer sont très faibles, on abaisse la fréquence du courant alternatif amplifié.

Par contre, on ne peut dire, même après de longues recherches expérimentales, que tel procédé permettant de substituer correctement les flux, ou d'abaisser la fréquence, s'imposera comme étant le meilleur.